

ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

дата 08.11.2023

1. Новый материал (конспект в рабочую тетрадь)

Тема: «Простейшие тригонометрические уравнения»

Все тригонометрические уравнения сводятся к простейшим. К простейшим тригонометрическим уравнениям относятся уравнения вида:

$$\sin x = a;$$

$$\cos x = a;$$

$$\operatorname{tg} x = a;$$

$$\operatorname{ctg} x = a.$$

Для каждого из простейших тригонометрических уравнений определены формулы.

Формулы	Алгоритм решения уравнений
$\sin x = a, a \leq 1$	<p><u>Решите уравнение:</u></p> $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = (-1)^k \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Подставим в формулу $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, получим $x = (-1)^k \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Найдем $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ по таблице: $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$.</p> <p>Записываем ответ: $x = (-1)^k \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p>
$x = (-1)^{k+1} \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z},$ при $a < 0$	<p><u>Решите уравнение:</u></p> $\sin x = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Подставим в формулу $a = \frac{\sqrt{2}}{2}$, получим $x = (-1)^{k+1} \cdot \arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Найдем $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2}$ по таблице: $\arcsin \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\pi}{4}$.</p> <p>Записываем ответ: $x = (-1)^{k+1} \cdot \frac{\pi}{4} + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.</p>

<p>Частные случаи:</p> <p>1) $\sin x = -1$ $x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$</p> <p>2) $\sin x = 0$ $x = \pi k, n \in \mathbb{Z}$</p> <p>3) $\sin x = 1$ $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, n \in \mathbb{Z}$</p>	<p><u>Решите уравнение:</u></p> $\sqrt{3}\sin x - \sqrt{3} = 0$ $\sqrt{3}\sin x = \sqrt{3}$ $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ $\sin x = 1 - \text{частный случай!}$ <p><u>Ответ:</u> $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$</p>
<p>$\cos x = a, a \leq 1$</p>	
<p>$x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ при $a > 0$</p>	<p><u>Решите уравнение:</u></p> $\cos x = \frac{1}{2}$ <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = \pm \arccos a + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Подставляем в формулу $a = \frac{1}{2}$, получаем $x = \pm \arccos \frac{1}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Находим значение $\arccos \frac{1}{2}$ по таблице учебника.</p> <p>Записываем ответ: $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.</p>
<p>$x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ при $a < 0$</p>	<p><u>Решите уравнение:</u></p> $\cos x = -\frac{1}{2}$ <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = \pm(\pi - \arccos a) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.</p> <p>Подставляем в формулу, получаем $x = \pm(\pi - \arccos \frac{1}{2}) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$</p> <p>Находим значение $\arccos \frac{1}{2}$ по таблице учебника, выполняем необходимые вычисления.</p> <p>Записываем ответ: $x = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.</p>
<p>Частные случаи:</p> <p>1) $\cos x = -1$ $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$</p> <p>2) $\cos x = 0$ $x = \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$</p> <p>3) $\cos x = 1$ $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$</p>	<p><u>Решите уравнение:</u></p> $\sqrt{5}\cos x - \sqrt{5} = 0$ $\sqrt{5}\cos x = \sqrt{5}$ $\cos x = 1 - \text{частный случай!}$ <p><u>Ответ:</u> $x = 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$</p>

$tgx = a$	
$x = arctga + \pi n, n \in \mathbb{Z},$ при $a > 0$	<p><u>Решите уравнение:</u> $tgx = 1$</p> <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = arctga + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ Подставляем $a = 1$, получаем $x = arctg1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p> <p>По таблице находим значение $arctg1 = \frac{\pi}{4}.$</p> <p>Записываем ответ: $x = \frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p>
$x = -arctga + \pi n, n \in \mathbb{Z},$ при $a < 0$	<p><u>Решите уравнение:</u> $tgx = -1$</p> <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = -arctga + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ Подставляем $a = 1$, получаем $x = -arctg1 + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p> <p>По таблице находим значение $arctg1 = \frac{\pi}{4}.$</p> <p>Записываем ответ: $x = -\frac{\pi}{4} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p>
$ctgx = a$	
$x = arcctga + \pi k, k \in \mathbb{Z},$ при $a > 0$	<p><u>Решите уравнение:</u> $ctgx = \sqrt{3}.$</p> <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = arcctga + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ Подставляем $a = \sqrt{3}$, получаем $x = arcctg\sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p> <p>По таблице находим $arcctg\sqrt{3} = \frac{\pi}{6}.$</p> <p>Записываем ответ: $x = \frac{\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p>
$x = \pi - arcctga + \pi k, k \in \mathbb{Z},$ при $a < 0$	<p><u>Решите уравнение:</u> $ctgx = -\sqrt{3}.$</p> <p><u>Алгоритм решения:</u> Используем формулу $x = \pi - arcctga + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$ Подставляем $a = \sqrt{3}$, получаем $x = \pi - arcctg\sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p> <p>По таблице находим $arcctg\sqrt{3} = \frac{\pi}{6},$ выполняем необходимые вычисления.</p> <p>Записываем ответ: $x = \frac{5\pi}{6} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$</p>

Решение задач

Пример 1.

Решить уравнение $\sin x = \frac{1}{3}$.

$\frac{1}{3} < 1$, значит

$$x = (-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}.$$

Ответ: $(-1)^n \arcsin \frac{1}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Пример 2.

Решить уравнение $\cos x = \frac{7}{5}$.

$\frac{7}{5} > 1$, значит уравнение не имеет решения.

Ответ: нет решения.

Пример 3.

Решить уравнение $\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$.

$$\operatorname{tg} x + \sqrt{3} = 0$$

$$\operatorname{tg} x = -\sqrt{3}$$

$$x = \operatorname{arctg}(-\sqrt{3}) + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\operatorname{arctg} \sqrt{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$$

Ответ: $-\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Пример 4.

Решить уравнение $2\cos x = -\sqrt{3}$.

$$2\cos x = -\sqrt{3}$$

$$\cos x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$x = \pm \arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm\left(\pi - \arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm\left(\pi - \frac{\pi}{6}\right) + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\pm \frac{5\pi}{6} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Пример 5.

Решить уравнение $\cos \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$\cos \frac{x}{5} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

Это уравнение сводится к простейшему $\cos t = \frac{\sqrt{2}}{2}$ заменой $t = \frac{x}{5}$, которую можно не прописывать.

$$\frac{x}{5} = \pm \arccos \frac{\sqrt{2}}{2} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$\frac{x}{5} = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \pm \frac{5\pi}{4} + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\pm \frac{5\pi}{4} + 10\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

Пример 6.

Решить уравнение: $\sin \left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

$$\sin \left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$2x - \frac{\pi}{3} = (-1)^n \arcsin \frac{\sqrt{3}}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x - \frac{\pi}{3} = (-1)^n \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x - \frac{\pi}{3} = +\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x - \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + (2m + 1)\pi, m \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$2x = \pi + 2\pi m, m \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{3} + \pi n, n \in \mathbb{Z}$$

$$x = \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in \mathbb{Z}$$

Ответ: $\frac{\pi}{3} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi m, n, m \in \mathbb{Z}$.

Конспект отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru

Домашнее задание: формулы для решения простейших тригонометрических уравнений учить!!!